Φύλλο Εργασίας - Συστήματα

Μάθημα: Συστήματα

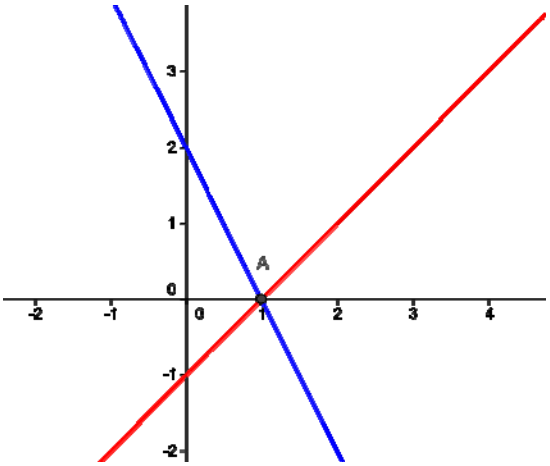
Σκοπός των δραστηριοτήτων είναι να εξοικειωθείτε με την γραφική επίλυση συστημάτων.

Δραστηριότητα 1 (Γραμμικά Συστήματα).
Λύστε τα παρακάτω συστήματα γραφικά και αναλυτικά

Α) $\begin{matrix} x-y=1 \\ 2x+y=2 \end{matrix}$ Β) $\begin{matrix} 2x-y=1 \\ y+2x=0 \end{matrix}$ Γ) $\begin{matrix} x+2y=1 \\ 2x+4y=0 \end{matrix}$ Δ) $\begin{matrix} 4x+2y=2 \\ x+y=1 \end{matrix}$

---

1. Γραφική Επίλυση στο Geogebra.



Στην γραμμή εντολών του Geogebra πληκτρολογήστε την εντολή
`x-y=1.`
Με αυτό τον τρόπο εμφανίζεται το σύνολο των σημείων (x,y) που επαληθεύουν την εξίσωση. Προσέξτε ότι αυτή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x-1$. Κάνοντας δεξί κλικ στη γραφική παράσταση της ευθείας δώστε της κόκκινο χρώμα. Στη συνέχεια σχεδιάστε και τη δεύτερη γραφική παράσταση. Δώστε της χρώμα μπλε. Παρατηρήστε ότι οι δύο ευθείες τέμνονται. Βρείτε το σημείο τομής τους και ονομάστε το Α.
Αφού το **σημείο Α** ανήκει και στις δύο γραφικές παραστάσεις, θα ικανοποιεί και τις δύο εξισώσεις, επομένως είναι η **λύση του συστήματος**. Προσπαθήστε να λύσετε το σύστημα και **αναλυτικά**.
Στο **Mathematica** μπορούμε να βρούμε τη λύση αυτού του συστήματος με την εντολή
`Solve[{x-y==1,2x+y==2},{x,y}]`

Ακολουθήστε μια παρόμοια διαδικασία και για τα υπόλοιπα συστήματα. Τι παρατηρείτε για τα Γ και Δ;

Δραστηριότητα 2
Δίνεται το παρακάτω σύστημα

$$x-2y=c$$
$$x+y=1$$

Για ποια τιμή της παραμέτρου c το σύστημα έχει λύση το ζεύγος $x=2,\ y=-1$;

---

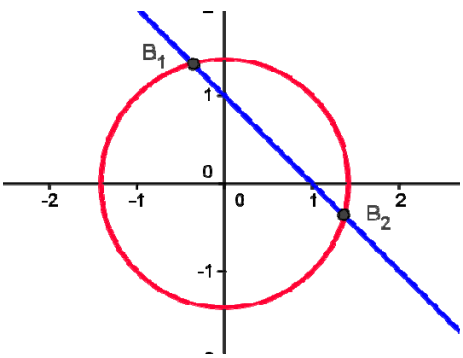
1. Επίλυση με το Geogebra.
Θα χρησιμοποιήσουμε την λειτουργία του δρομέα.

- Δημιουργήστε έναν δρομέα με το όνομα c.
- Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της ευθείας $x-2y=c$.
- Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση της ευθείας $x+y=1$.
- Σχεδιάστε το σημείο Α(2,-1).
- Βρείτε το σημείο τομής των δύο ευθειών. Δώστε του το όνομα Β.
- Μετακινήστε τον δρομέα c, μέχρι το σημείο Β να συμπέσει με το Α

Μπορείτε να λύσετε το πρόβλημα αναλυτικά;

Δραστηριότητα 3 (Μη γραμμικά συστήματα)
Επιλύστε τα παρακάτω συστήματα με τη βοήθεια του Geogebra. Στη συνέχεια επιλύστε τα αναλυτικά.

$$\text{A)}\ \begin{matrix} x-y=1 \\ x^2+y^2=2 \end{matrix} \qquad \text{B)}\ \begin{matrix} x-2y=1 \\ 2x^2+y^2=1 \end{matrix}$$



1. Επίλυση με το Geogebra
Στη γραμμή εντολών δώστε της εντολές

```
x-y=1
x^2+y^2=2
```

Η πρώτη αναπαριστά μια ευθεία (δώστε της χρώμα κόκκινο) ενώ η δεύτερη ένα κύκλο (δώστε του χρώμα μπλε). Βρείτε τα κοινά σημεία των δύο σχημάτων.

2. Επίλυση με το Mathematica

```
Solve[{x-y==1,x^2+y^2==2},{x,y}]
```

3. Αναλυτική Επίλυση
Τα συστήματα της δραστηριότητας ονομάζονται μη γραμμικά. Η επίλυση τέτοιων συστημάτων γίνεται με τη μέθοδο της αντικατάστασης.

Δραστηριότητα 4
Δίνεται το σύστημα

$$\begin{matrix} x+y=c \\ x^2+y^2=2 \end{matrix}.$$

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

1) Για ποιες τιμές της παραμέτρου c το σύστημα έχει μόνο μια λύση; Ποιά είναι η λύση αυτή;
2) Για ποιες τιμές της παραμέτρου c το σύστημα έχει δύο λύσεις; Υπολογίστε τις λύσεις αυτές ως συνάρτηση του c.
3) Για ποιες τιμές της παραμέτρου c το σύστημα είναι αδύνατο;

Δραστηριότητα 5
Δίνεται το σύστημα

$$\begin{matrix} x+y=c \\ cx+y=1 \end{matrix}.$$

Απαντήστε στις παρακάτω ερωτήσεις:

1) Για ποιες τιμές της παραμέτρου c το σύστημα έχει μόνο μια λύση; Ποιά είναι η λύση αυτή;
2) Για ποιες τιμές της παραμέτρου c το σύστημα έχει άπειρες λύσεις;